DPEMS AMIENS

3-4 avril 2023 RÉSUMÉS

Lundi 14h30 : Emmanuel Fricain

Cyclicité pour le shift dans des espaces de Hilbert de fonctions analytiques : Après avoir présenté le cadre général de la cyclicité et de son lien avec le problème du sous-espace invariant, nous rappellerons les travaux fondateurs de Beurling concernant l'exemple du shift sur l'espace de Hardy. Puis, nous discuterons des résultats récents obtenus en collaboration avec Sophie Grivaux autour du shift sur l'espace de de Branges-Rovnyak.

Lundi 16h : Mélodie Andrieu

Complexités des mots engendrés par un billard dans un hypercube : Les mots Sturmiens (1940) sont des mots infinis binaires qui, à travers leurs nombreuses définitions équivalentes, mettent en lumière les interactions remarquables entre combinatoire, systèmes dynamiques et arithmétique.

Ces définitions donnent naissance à différentes classes de mots sur l'alphabet à d lettres : mots d'Arnoux-Rauzy, mots épisturmiens, classes de mots associées à des algorithmes de fraction continue en dimension d, mots engendrés par un billard polygonal ou cubique, etc. Un vaste programme de recherche, initié par Rauzy dans les années 80, s'attache à déterminer si, parmi ces classes de mots, certaines continuent de coïncider.

Dans cet exposé, je présenterai deux propriétés combinatoires qui caractérisent les mots Sturmiens, la complexité factorielle et la complexité abélienne, et les calculerai pour les mots engendrés par un billard dans un cube de dimension d.

Mardi 9h30 : Pascal Vanier

Croissance et complexité calculatoire dans les sous-shifts: We prove several results about the relationship between the word complexity function of a subshift and the set of Turing degrees of points of the subshift, which we call the Turing spectrum. Among other results, we show that a Turing spectrum can be realized via a subshift of linear complexity if and only if it consists of the union of a finite set and a finite number of cones, that a Turing spectrum can be realized via a subshift of exponential complexity (i.e. positive entropy) if and only if it contains a cone, and that every Turing spectrum which either contains degree 0 or is a union of cones is realizable by subshifts with a wide range of 'intermediate' complexity growth rates between linear and exponential.

Mardi 11h : Michel Broniatowski et Wolfgang Stummer

Minimisation de certaines distances par simulation : Cet exposé présente une nouvelle approche à l'optimisation de nombreuses fonctionnelles par simulation. Le contexte de départ est celui de la minimisation de divergences du type Ali-Silvey-Csiszar-Morimoto entre une probabilité et un sous ensemble d'intérieur non vide de \mathbf{R}^K en interprétant ce problème comme la minimisation d'une fonction de taux pour un problème de grandes déviations de type Sanov. On en déduit des algorithmes d'optimisation dans divers contextes, incluant également des versions statistiques d'estimation de critères de choix de modèles. Les hypothèses sous lesquelles cette méthode fournit des approximations valides des optima des divergences ainsi que des optimiseurs sont assez générales, puisqu'aucune condition de convexité n'est requise. Cette approche mène à une caractérisation de certaines familles de divergences se prètant à ces représentations et optimisations, incluant l'ensemble des critères statistiques classiques, mais aussi ceux de type Bregman ou autres.

M. Broniatowski and W. Stummer, "A precise bare simulation approach to the minimization of some distances. I. Foundations," in IEEE Transactions on Information Theory, 2022 doi: 10.1109/TIT.2022.3215496.

Mardi 14h : Romain Azaïs

Enumération de motifs dans des données arborescentes : sous-arbres et au-delà : Les méthodes à noyau sont particulièrement adaptées à l'analyse de données combinatoires complexes (comme les séquences, les arbres ou les graphes) qui n'admettent en général pas de représentation euclidienne. Les noyaux de convolution consistent à définir la similarité entre 2 données via le nombre d'occurences de certaines sous-structures qu'elles partagent. Dans le but de comparer les données de manière pertinente, on peut choisir une famille riche de sous-structures, mais la difficulté est alors le calcul du noyau : plus les sous-structures choisies sont complexes, plus le calcul du noyau est difficile. Dans certains cas, le noyau peut être évalué efficacement sans avoir à énumérer les sous-structures communes. Cependant, cela peut fortement contraindre la paramétrisation de la fonction de poids du noyau. A travers l'exemple du noyau des sous-arbres, on montre, à la fois théoriquement et numériquement, l'importance de la forme de la fonction de poids dans des problèmes de classification supervisée. On développe un nouvel algorithme de calcul du noyau des sous-arbres, basé sur l'énumération minimale des sous-structures par des techniques de compression exacte. Cette méthode permet d'extraire les motifs importants et d'apprendre la fonction de poids sur les données. Finalement, on montre comment cette stratégie peut être utilisée pour définir des noyaux à des ordres ultérieurs et résoudre des problèmes de détection de motifs fréquents.

Mardi 15h30 : Clément Lefèvre

Sur la conjecture d'hyperbolicité des fractions rationnelles sur la sphère de Riemann : Par des exemples, je commencerai par expliquer la dichotomie naturelle qui apparaît lorsque qu'on étudie la dynamique d'une fraction rationnelle sur la sphère de Riemann. Ensuite, j'introduirai un type particulier de fractions rationnelles : les fractions rationnelles hyperboliques. Celles-ci ont une place particulière en dynamique holomorphe car elles ont été largement étudiées depuis le début du 20ème siècle et à cause de leur probable densité dans l'espace des fractions rationnelles d'un degré fixé. Cette question est toujours ouverte même dans le cadre de la famille de polynômes (z^2+c) avec $c\in\mathbb{C}$. Je parlerai de travaux qui ont été réalisés apportant une réponse partielle positive à cette conjecture (dans le cadre réel et complexe) et d'un certain type de fractions rationnelles non-hyperboliques que sont les applications Collet-Eckmann. Sous certaines conditions, un résultat d'Astorg, Gauthier, Mihalache et Vigny permet de les approcher par des hyperboliques. Enfin, je présenterai un résultat obtenu dans le cadre de ma thèse sous la direction de Thomas Gauthier et Gabriel Vigny qui généralise leur résultat et donne une classe plus large d'applications approchables par des hyperboliques.